Correction des exercices des chapitres 3 et 4

Economie de l'environnement

Master 1 de sciences de l'environnement

Université de Cergy-Pontoise

Chapitre 3

Question 1

a.

Les coûts de production sont croissants car il est plus coûteux de produire plus, et convexes pour indiquer qu'il est de plus en plus coûteux de produire une unité de plus : les coûts marginaux sont croissants.

b.

Le producteur maximise son profit $\Pi_j = pq_j - c(q_j)$, donc au maximum, $c'(q_j) = p$

Question 2

a.

L'utilité est croissante avec la production parce que la consommation apporte du bien être. L'utilité marginale est décroissante du fait d'un effet de satiété, chaque nouvelle unité consommée apporte moins d'utilité que la précédente.

b.

Le consommateur maximise son utilité sous contrainte :

$$\left| \begin{array}{l} m_i + \phi_i(x_i) \\ sc. m_i + px_i \leq w_i + \sum_j \theta_{ij}[pq_j - c_j(q_j)] \end{array} \right.$$

Il faut donc maximiser $\phi_i - px_i + [w_i + \sum_j \theta_{ij}\Pi_j]$, et donc $\phi'(x_i) = p$

L'équilibre de marché est donc caractérisé par :

$$\begin{cases} p = c_j'(q_j) \\ \phi'(x_i) = p \\ \sum_i x_i = \sum_j q_j \end{cases}$$

Question 3

a.

Comme l'utilité est linéaire en la monnaie m_i, il est possible de faire des transferts sans pertes, ainsi l'optimum de pareto doit maximiser le surplus global, c'est à dire la somme des utilités et des profits. Les prix des transactions étant en positifs du côté des producteurs et négatifs du côté des consommateurs, ils s'annulent, et ne restent que les utiltiés de consommation et les coûts de production. L'optimum de pareto est donc :

$$\left| \begin{array}{l} \max_{x_i,q_j} \sum_i \phi_i(x_i) - \sum_j c_j(q_j) \\ sc. \sum_i x_i \leq \sum_j q_j \end{array} \right.$$

b.

Le lagrangien du problème de maximisation est donc :

$$L = \sum_i \phi_i(x_i) - \sum_j c_j(q_j) - \lambda \left(\sum_i x_i - \sum_j q_j \right)$$

Dont les conditions du premier ordre sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_j} & : & \lambda = c_j'(q_j) \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} & : & \phi'(x_i) = \lambda \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} & : & \sum_i x_i = \sum_j q_j \end{cases}$$

Question 4

a.

L'équilibre de marché est donc un optimum de pareto.

b.

Moyennant des modifications des dotations initiales w_i, on peut obtenir par l'équilibre de marché tous les optimum de pareto.

Question 5

a.

Les fonctions d'utilité des consommateurs dépendent maintenant de m_i et non plus de x_i mais de $\sum_i x_i$.

b.

La condition du premier ordre des consommateurs devient alors :

$$\phi_i'(\sum_i x_i) = p$$

Question 6

a.

Le lagrangien du problème de maximisation est donc :

$$L = \sum_i \phi_i(\sum_i x_i) - \sum_j c_j(q_j) - \lambda \left(\sum_i x_i - \sum_j q_j \right)$$

Dont les conditions du premier ordre sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_j} & : \quad \lambda = c_j'(q_j) \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} & : \quad \phi'(\sum_i x_i) = \lambda \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} & : \quad \sum_i x_i = \sum_j q_j \end{cases}$$

b.

L'optimum de pareto donne $\sum_i \phi_i' = c_j'$, or à l'équilibre de marché : $\sum_i \phi_i'^{eq} = \sum_i c_j' \geq \sum_i \phi_i'^{op}$, donc comme ϕ est concave, $\sum_i x_i^{eq} \leq \sum_i x_i^{op}$ et l'équilibre de marché est sous optimal.

Question 7

On change un peu l'énoncé, en supposant que la production génère une pollution $s_j(q_j)$, ainsi l'utilité des consommateurs est : $m_i + \phi_i[x_i, \sum_j (q_j)]$

L'équilibre de marché est toujours déterminé par :

$$\begin{cases} p = c_j'(q_j) \\ \frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial x_i} = p \\ \sum_i x_i = \sum_j q_j \end{cases}$$

Question 8

a.

Le lagrangien du problème de maximisation est donc :

$$L = \sum_i \phi_i[x_i, \sum_j s_j(q_j)] - \sum_j c_j(q_j) - \lambda \left(\sum_i x_i - \sum_j q_j \right)$$

Dont les conditions du premier ordre sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_j} & : \quad \lambda + \frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial s} s_j'(q_j) = c_j'(q_j) \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} & : \quad \frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial x_i} = \lambda \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} & : \quad \sum_i x_i = \sum_j q_j \end{cases}$$

b.

Comme $\frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial s}$ est négatif, le coût marginal de production à l'optimum de pareto est inférieur au coût marginal de production à l'équilibre de marché, et comme le coût de production est convexe, cela signifie que la production à l'équilibre de marché est suroptimale.

Chapitre 4

Question 1

a.

Les coûts de production deviennent $c_j(q_j) + \tau s_j(q_j)$, donc la condition du producteur est :

$$c_j'(q_j) + \tau s_j'(q_j) = p$$

b.

La condition du consommateur est toujours :

$$\frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial x_i} = p$$

Question 2

a.

On l'a déjà calculé :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial q_j} & : \quad \lambda + \frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial s} s_j'(q_j) = c_j'(q_j) \\ \frac{\partial L}{\partial x_i} & : \quad \frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial x_i} = \lambda \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} & : \quad \sum_i x_i = \sum_j q_j \end{cases}$$

b.

Pour que l'équilibre de marché soit pareto optimal, il faut une taxe :

$$\tau = -\frac{\partial \phi[x_i, \sum_j s_j(q_j)]}{\partial s}$$